V[èmes] RENCONTRES D'ORTHOPHONIE
Développement cognitif et activités mathématiques.
Paris, vendredi 13 et samedi 14 décembre 2002 - Hôpital de La Salpétrière

Glossa, n° 83 (20-33), 2003,

RÉSUMÉ :

Les modèles neuropsychologiques tendent à montrer une indépendance fonctionnelle entre déroulement de procédures et récupération de faits arithmétiques lors de calculs élémentaires (Mc Closkey et Caramazza ; Sokol et coll).*

**1987, 1991*

Dans une perspective développementale, l'analyse de protocoles verbaux obtenus lors de résolution d'additions et de soustractions élémentaires auprès de 406 enfants de cours élémentaire et de cours moyen montre une interdépendance dans l'utilisation des connaissances déclaratives et des connaissances procédurales. Celles-ci varient en proportion (selon les enfants et au cours du développement) en fonction des modalités de résolution employées (cf. travaux d'Aschraft et Fierman, 1982 ; Svenson et Sjöberg, 1983 ; Baroody et Ginsburg, 1986, Lemaire et Siegler, 1995). La progression de l'enfant s'inscrit notamment dans la coexistence de 5 stratégies prédominantes : le comptage avec et sans support digital, la procédure de calcul basique, la procédure de calcul analogique et le mode déclaratif (celui-ci pouvant d'ailleurs se coordonner avec les autres modalités de résolution). L'étude du répertoire stratégique révèle des variations en fonction de l'âge et du niveau scolaire de l'enfant : c'est au C.E. 2 que les comportements majoritairement procéduraux diminuent au profit de la récupération des faits numériques.

Une classification des types de calcul est proposée à partir des stratégies déployées, en s'inscrivant dans un modèle de développement par vagues superposées (Siegler, 1995) ; en regard de cette étude, l'élaboration de profils individuels détaillés devrait permettre ainsi de déterminer si les stratégies disponibles chez un enfant sont adaptées, flexibles ou figées, inefficaces ou peu diversifiées.

MOTS-CLÉS :

Calcul élémentaire - Calculateur - Procédure - Stratégie.

Alain MÉNISSIER
Orthophoniste

LABAO
Ecole d'Orthophonie
25030 Besançon Cedex

LES VARIATIONS STRATÉGIQUES CHEZ L'ENFANT DANS LE CALCUL D'ADDITIONS ET DE SOUSTRACTIONS ÉLÉMENTAIRES

par Alain MÉNISSIER

SUMMARY : *Strategic variations in the elementary additions and subtractions's calculation in children*

The neuropsychological models tend to point out a functional independence betwween the procedures unrolling and the arithmetic facts recuperation in elementary calculation (Mc Closkey et Caramazza,; Sokol et al).*

**1987, 1991*

In a developmental perspective, the analysis of verbal protocol obtained during the elementary additions and subtraction solving, among 406 children in elementary school points out an interdependance in utilization of automatic processes and procedural processes. Their proportion varies in function of the employed solving patterns (Aschraft et Fierman, 1982 ; Svenson et Sjöberg, 1983 ; Baroody et Ginsburg, 1986, Lemaire et Siegler, 1995). So, we have described five dominant strategies : the counting with or without digital support, the basic calculation procedure, the analogical calculation's procedure and the automatic understanding . The study of strategical catalog reveals variations in function of the child's age and of his school level : we have found out that the procedural behaviours is decreasing during the french CE 2 while the automatic processes is increasing.

We propose a classification of calculation's patterns in function of the used strategies, enclosed in a superposed wave's model (Siegler, 1995). Finally, the individual profile's elaboration must permit to see if the child's available strategies are varied, adapted, flexible or coagulated, effectual or not.

KEY-WORDS :

Calculation - Calculator - Procedure - Strategy.

Si la cardinalisation est une étape décisive dans l'appropriation des premiers nombres, comme mesure des quantités discrètes, les processus élémentaires d'addition et de soustraction donnent à ces nombres des propriétés distinctives : pouvoir représenter la réunion (ajout) ou la partition d'éléments (retrait) sans pour cela devoir recompter les éléments présents*. Ce premier contexte est dit de mesure puisqu'il y a référence à une quantification. Lorsque le mot-nombre fait appel à la totalité des éléments, le contexte est cardinal : le mot indique de combien l'ensemble se compose. Si le mot-nombre donne la position relative d'un élément au sein d'une collection, le contexte est alors ordinal. Pour garantir l'emploi du mot juste, les mots-nombres devront être mis en correspondance terme à terme avec les éléments de l'ensemble : ce bon déroulement d'une séquence ordonnée nécessite l'apprentissage de la chaîne numérique verbale à travers une pratique culturelle dont l'enjeu dépasse souvent la simple représentation des quantités.

* cf. l'idée d'homomorphisme développée par G.Vergnaud, 1985

Avant de pouvoir effectuer des additions et des soustractions élémentaires, l'enfant doit posséder une certaine maîtrise et une stabilité relative de cette suite numérique verbale. Nous emprunterons à Fuson* sa classification par niveau d'élaboration, classification permettant de dégager les habiletés nécessaires au calcul arithmétique :

* 1988

➢ **Niveau du chapelet :**
L'enfant apprend la suite comme une enfilade de sons, une totalité unique du type un-deux-trois-quatre. Il ne semble pas comprendre qu'un son isolé, par exemple trois, possède une signification arithmétique. A ce niveau, certains enfants connaissent « la formule » 2 + 2 = 4 sans pour autant en posséder une représentation sémantique ; l'enfant ne fait que reproduire un apprentissage « par cœur ».

➢ **Niveau de la chaîne insécable :**
Les mots sont maintenant individualisés (du type un / deux / trois / quatre) mais la caractéristique de cette étape réside dans l'incapacité à compter à partir d'un nombre quelconque. L'enfant se doit de repartir de un à chaque comptage ; néanmoins, il développe l'habileté de « compter jusqu'à un nombre donné ». Il pourra alors résoudre une tâche comme « donner le nombre qui vient juste après », parfois même « le mot qui vient juste avant ». Ici, le mot-nombre signifie maintenant le comptage par opposition au niveau chapelet où le mot-nombre signifiait la configuration.

➢ **Niveau de la chaîne sécable :**
L'enfant peut compter à partir de n'importe quel nombre, quel que soit le point arbitraire de départ. Deux nouvelles habiletés se mettent en place : « compter à partir de » et « compter d'un nombre à un autre ». Le comptage à rebours devient possible, si, bien sûr, celui-ci est pratiqué ; on remarque cependant peu d'automaticité chez le jeune enfant surtout lorsqu'on dépasse dix. Ce niveau se caractérise par le développement de la **flexibilité** dans l'emploi de la suite numérique : le nombre prend le statut de symbole dans une série progressivement arithmétisée car il détermine de plus en plus finement les relations ordinales entre les éléments de cette série.

➢ **Niveau de la chaîne terminale :**
Les mots-nombres sont à présent totalement individualisés ; ils ne sont plus seulement énumérés mais il devient possible de les dénombrer. L'enfant peut désormais « compter n à partir d'un nombre donné » et « compter de x à y pour trouver n » (dire combien il y a entre x et y »). Cela implique de coordonner l'habileté d'énumérer la suite numérique tout en conservant en mémoire à court terme les nombres déjà émis.
L'enfant peut à ce moment résoudre des tâches impliquant des procédures d'addition et de soustraction. Le nombre acquiert un sens mathématique et la chaîne a désormais un **caractère bidirectionnel**, avec une très forte automatisation de l'accès et de la récupération, notamment dans le comptage vers l'avant. La chaîne numérique est mobilisable à n'importe quel endroit et possède les propriétés d'emboîtement, de sériation, de cardinalité et d'unicité ; l'enfant dispose maintenant d'un système cohérent et déli-

mité pour mesurer les quantités, ordonner les objets ou les ensembles, établir des relations entre les mesures et opérer positivement ou négativement sur les transformations possibles.

MÉCANISMES DE CALCUL

Mc Closkey et Caramazza ont proposé dès 1985 un modèle neuropsychologique présentant une architecture cognitive élargie qui englobe non seulement le traitement des nombres mais aussi l'arithmétique élémentaire.

Ce modèle s'organise sous la forme d'une construction de trois systèmes :

➢ **Un système de compréhension des nombres et un système de production des nombres,** agencés de façon semblable. Ils possèdent tous deux un sous-système verbal (où sont dissociées forme phonologique et forme alphabétique) et un sous-système des nombres arabes, eux-mêmes composés de modules de traitement lexical et syntaxique. On obtiendra une représentation sémantique de la valeur d'un nombre donné quel que soit le code d'entrée ou de sortie.

➢ **Un système de calcul qui se décompose en trois sous-systèmes :**

1. Un sous-système de traitement des symboles précisant l'opération à effectuer ;
2. Un sous-système qui recherche les faits arithmétiques, comme par exemple, la connaissance des tables de multiplication ou les doubles en addition ;
3. Un sous-système activant les procédures de calcul lorsque la réponse ne se trouve pas dans le stock des faits numériques.

Cette organisation en sous-systèmes est à mettre en relation avec la distinction entre les connaissances déclaratives factuelles et les connaissances procédurales mais ne permet pas d'appréhender l'utilisation de stratégies opérationnelles comme processus de calcul (recours au mécanisme de commutativité et d'associativité notamment) ; le modèle de Mc Closkey requiert donc au minimum une extension du composant calcul, si l'on envisage de l'utiliser dans une optique développementale.

* Sophian et Adams, 1987

* Gelman et Gallistel, 1978

* 1992

Très tôt, les enfants sont sensibles aux transformations numériques*, bien avant leur entrée dans l'école élémentaire. Vers 3, 4 ans, ils peuvent résoudre de petits problèmes additifs (mécanismes d'addition et de soustraction) en utilisant leur capacité de comptage principalement*. Dans son année de Cours Préparatoire, l'enfant apprend les tables d'addition et l'on pourrait penser que celles-ci sont connues « par cœur » à la fin de ce cours. En fait, comme le souligne Fischer* « même à la fin de l'école élémentaire, beaucoup d'élèves ne connaissent pas par cœur les faits additifs les plus complexes ». Si l'enfant n'est pas en «terra incognita» à son entrée à l'école primaire, ses procédures de calcul vont se trouver en concurrence avec les procédures suggérées par les enseignants. Soit il renonce alors à sa façon de calculer, soit il continue à utiliser ses procédures antérieures, en les conservant telles qu'il les a construites, ou en les améliorant éventuellement dans une finalité de vitesse et d'une plus grande disponibilité. Ces procédures s'incluent elles-mêmes dans des stratégies de résolution qui demeurent très variées et qui témoignent surtout de l'inventivité de certains enfants qui n'hésitent pas à faire compliqué (plus exactement complexe) afin d'être plus efficace.

*1995

Lemaire et Siegler* ont proposé un cadre conceptuel pour rendre compte de l'ensemble des changements stratégiques rencontrés dans une situation de calcul :

1. Le répertoire stratégique

* 1987

Celui-ci énumère l'ensemble des stratégies utilisées par l'enfant dans le calcul. Siegler* distingue ainsi cinq grands types de stratégies pour réaliser une addition :

• Compter des objets.
• Compter sur les doigts.
• Compter verbalement (sans support concret).

• Calculer par décomposition à partir de faits arithmétiques dérivés.
• Récupérer directement la solution stockée en mémoire à long terme.

2. La distribution stratégique

S'il est nécessaire de dresser la carte des variations stratégiques, il importe de connaître leur fréquence relative d'utilisation. Les stratégies évoluent avec l'âge au fur et à mesure que l'enfant dispose d'un stock de faits arithmétiques élémentaires.

3. L'exécution stratégique

Posséder une stratégie est une chose, mais il faut aussi savoir son degré de rapidité et son niveau de précision lorsque celle-ci est mise en œuvre (notamment en permettant de donner une réponse correcte au calcul effectué). Si l'enfant dispose de différentes variantes stratégiques, il favorisera certaines d'entre elles afin de diminuer sa charge cognitive. L'amélioration de l'exécution stratégique est due alors pour une large part à l'automatisation des processus, quand une même stratégie est réitérée de très nombreuses fois de façon efficace.

4. La sélection stratégique

L'enfant qui possède un ensemble de stratégies ne sélectionne pas d'entrée une stratégie particulière. C'est en fonction du problème posé que s'élabore cette sélection. Les choix stratégiques seraient ainsi influencés par deux types de variables : les facteurs intrinsèques et les facteurs extrinsèques*. Les facteurs intrinsèques englobent tout ce qui a trait au problème : la grandeur des nombres employés, leur place dans l'opération (notamment la position du plus grand opérande) ou encore l'écart entre les deux nombres à calculer : par exemple, quand l'écart est égal à 1, et dans une moindre mesure à 2, l'enfant de cycle III calculera le double de l'un des deux nombres et poursuivra sa procédure par une addition ou une soustraction (8 + 7 est calculé en récupérant soit le double de 8, soit le double de 7, et en effectuant respectivement à la suite, soit une soustraction, soit une addition). Les facteurs extrinsèques rendent compte de toutes les caractéristiques de la situation-problème : l'enfant dispose-t-il de temps pour répondre, peut-il utiliser ses doigts ou doit-il faire le calcul mentalement ou en le posant par écrit ?

* Reder, 1987

LA VARIABILITÉ STRATÉGIQUE

Si le plus jeune enfant utilise de préférence le comptage sur les doigts, l'enfant de cours primaire dispose peu à peu d'une grande variabilité dans ses stratégies de calcul (à condition qu'il n'y ait pas de trouble d'apprentissage). Sur une étude portant sur le dépouillement de 406 protocoles verbaux (cf. tableau 1), Ménissier et Dessane (étude à paraître) ont classé les stratégies des enfants lors de la résolution d'une série de 15 additions et de 15 soustractions présentées oralement dans un ordre aléatoire, à l'exception de la suite « 8 + 6 » et « 6 + 8 » destinée à évaluer l'application du principe de commutativité (protocole donné en annexe). Nous noterons que dans une étude portant sur la validité du compte rendu verbal lors de la résolution de soustractions par des élèves canadiens scolarisés en primaire, Robinson* a conclu à l'authenticité du rapport verbal, qu'il soit concomitant ou rétrospectif à la résolution. Nous acceptons de même la remarque méthodologique formulée par Fayol* : si seules les informations accédant à la conscience se trouvent verbalisées, nous n'avons pas eu accès aux processus inconscients. De plus nous ne pouvons négliger le risque d'interférences entre la tâche à accomplir et le commentaire dont elle a fait l'objet* : ainsi Maud, à l'opération « 15-9 », commente « 6 pour aller à 15, 8, 10, 12, 14, pis 1 » : la procédure de résolution est alors reconstruite à partir de la réponse et ne peut donc être la stratégie effective.

* 2001

* 1990

* Ericsson et Simon, 1980

Tableau 1: Répartition de la population : nombre d'élèves et âge moyen.

	CE 1	CE 2	CM 1	CM 2
nombre d'élèves (filles ; garçons)	100 (48 ; 52)	91 (43 ; 48)	106 (47 ; 59)	109 (43 ; 66)
âge moyen (années ; mois)	(7 ; 5)	(8 ; 6)	(9 ; 5)	(10 ; 5)

Regardons plus avant les multiples formes développées par les enfants calculateurs.

LE CALCULATEUR DIGITAL

L'enfant utilise nécessairement ses doigts pour compter : intermédiaire entre la collection-témoin ordinaire et le nombre, le support digital allège la charge en mémoire de travail. C'est la stratégie préférée des enfants de maternelle car les doigts permettent de garder la trace du comptage : l'enfant peut ainsi mieux gérer ce qui est déjà compté de ce qui reste à compter. Pour supprimer ce support concret, l'enfant devra donc être capable de faire la différence entre ce qui est déjà compté et ce qui reste encore à compter* : de nombreux enfants au cours élémentaire conserveront cette stratégie notamment sur des opérations de résultats supérieurs à 10.

* Fuson, 1988

- *Vanessa* [7 ; 9] (CE 1) pour compter 2 jetons + 3 jetons, lève 3 doigts main droite puis 2 doigts main gauche, et recompte le tout 1, 2, 3, 4, 5 (comptage du tout avec application du principe de correspondance terme à terme).
- *Quentin* [6 ; 10] (CP) pour calculer 6 + 5, lève les doigts de la main droite et incrémente « 7, 8, 9, 10, 11 » (comptage à partir du plus grand terme avec incrémentation du second terme).
- *Bastien* [8 ; 4] (CE 2) pour calculer 13 – 9, sait qu'il existe une procédure au départ de 9 : il écrémente en levant 4 doigts, 10, 11, 12, 13, puis regarde ce qu'il reste de doigts baissés et compte 1, 2, 3, 4, 5, 6 (le résultat d'une soustraction c'est ce qu'il reste).

Quelques variantes stratégiques apparaissent cependant :

1. Le calculateur vérificateur : l'enfant, malgré sa capacité à calculer mentalement préfère vérifier son calcul en recomptant sur ses doigts.

- *Margaux* [10 ; 2] (CM 1) calcule 6 + 9 dans sa tête mais a besoin de vérifier en comptant sur ses doigts : « c'est quand c'est des grands nombres » (lorsque le résultat dépasse 14).

2. Le calculateur géomètre : l'enfant conserve la stratégie première du comptage avec des objets. En l'absence de ceux-ci, l'enfant élabore des stratégies qui en gardent leur trace.

- *Morgane* [9 ; 7] (CM 1) « en classe, je me sers de ma règle » : elle pose son double décimètre sur sa table et s'en sert comme règle à calcul en surcomptant à partir du plus grand nombre : de ce fait, Morgane a trouvé un bon moyen pour diminuer sa charge cognitive.
- *Julien*[8 ; 6] (CE 1) 8 – 3 .... « 6,...., j'y arrive quand y'a des ronds..., (il trace des ronds sur la table, et tente de faire une correspondance avec ses doigts) : il y a ici une survivance de la procédure -compter des objets-, mais celle-là reste inefficace par la charge cognitive exercée par la mémoire de travail et par la représentation mentale.

3. le calculateur « domino »

- *Stéphane* [8 ; 9] (CE 2) calcule 8 + 6... Il écrémente à partir de 8 jusqu'à 14 en pointant une figure imaginaire (la forme canonique organisée du 6 domino), soit par pointage digital, soit par des hochements de la tête. Cette stratégie est très efficace pour l'enfant qui ne commet que peu d'erreurs ; l'enfant a donc tendance à conserver longtemps celle-ci au détriment notamment de la récupération en mémoire.

2. Il utilise « le pas de deux » (comptage de 2 en 2 par décomposition de nombre pair)

➢ *Jérôme* [15 ; 6] (3ème SEGPA) calcule 13 – 6, « 7, j'mets tout le temps -2, -2, -2 ».

➢ *Maud* [9 ; 7] (CM 1) calcule 15 – 9... « 6 pour aller à 15, 8, 10, 12, 14, pis 1 »(ici, Maud reconstruit une procédure après coup puisqu'elle part du résultat trouvé).

3. Il utilise la fragmentation de la quantité

Raphaël [11 ; 3] (CM 2) calcule 15 – 9...« 8, j'enlève 1, ça fait 14, pis 4, ça fait 12, pis encore 4, ça fait 8 » (erreur dans l'exécution de la tâche due à une mémorisation insuffisante des séquences d'action).

LE CALCULATEUR ANALOGIQUE

Le propre de ce type de calcul réside dans l'utilisation d'algorithmes alliant connaissances déclaratives et connaissances procédurales. L'enfant utilise ici ses connaissances déclaratives en décomposant un, voire les deux termes du calcul par analogie avec un ou plusieurs faits arithmétiques connus. Il s'écarte ainsi plus ou moins du résultat en effectuant un premier calcul intermédiaire (très rapide, car très disponible), puis accède au résultat final en effectuant un second calcul qui intègre le résultat du premier calcul. Ce calculateur développe ainsi des heuristiques, définies comme des stratégies procédurales ayant pour finalité de simplifier les calculs :

1. Il procède par le double le plus proche (ou, tout du moins, celui qui est le plus disponible sur l'instant): l'enfant prélève, adjoint, et remplace tout ou partie des termes de l'opération.

➢ *Alexandre* [11 ; 7] (CM 2), calcule 6 + 7...« 13, 7 + 7 ça fait 14, moins 1 ».

➢ *Maud* [9 ; 7] (CM 1), calcule 5 + 7...« 12, 7 + 7 ça fait 14, moins 2 » (l'accès au double de 7 est ici plus rapide que l'accès au double de 5).

➢ *Sandrine* [7 ; 2] (CE 1), calcule 9 + 9... « 18, j'ai fait 10 + 10 = 20 – 2 = 18 ».

2. Il procède par analogie avec un fait arithmétique qu'il connaît :

➢ *Théo* [9 ; 4] (CM 1), calcule 14 – 5....« 9, tu fais 14 – 10, ça fait 4, pis tu rajoutes 5 » (Théo sait que 5 + 5 = 10, donc 5 = 10 – 5. Il opère par réversibilité : pour enlever 5, il suffit de retrancher 10 et de rajouter 5).

➢ *Julien* [8 ; 7] (CE 2), calcule 2 + 4 ...« 6, parce que 3 + 3, ça fait 6 ».

➢ *Arnaud* [10 ; 5] (CM 1), calcule 3 + 9...« 12, parce que 6 de 9 i reste 3, et 6 et 6 ça fait 12 ».

➢ *Philippe* [13 ; 2] (4ème) calcule 8 + 7... « 15, 8 pour aller à 10 y'a 2, 5 pour aller à 7 y'a 2, je les ôte du 7, 3 x 5 = 15 ».

➢ *Romain* [13 ; 6] (4ème NTA) calcule 11 – 6...« 5, parce que 10 – 5 = 5, et 6 et 11, c'est pareil » (6 et 11 suivent respectivement 5 et 10, donc l'écart est semblable).

➢ *Baptiste* [7 ; 6] (CE 1), recherche la règle du 9 pour calculer 5 + 8...« 14, j'en mets 1 sur le 8, ça fait 9, il me reste 4 (puis applique la règle du neuf sur l'opération 9 + 4)... j'ai pas un 10 pour le 5, çà fait 14 ».

LE CALCULATEUR EXPERT

L'enfant sait qu'il dispose de plusieurs stratégies et choisit celle qui est, sinon la plus rapide, tout au moins la plus efficace. **La flexibilité est donc maximale**, par l'emploi de la meilleure heuristique. Le calculateur sait qu'il existe diverses manières d'obtenir un résultat donné et il est capable d'en proposer au moins deux :

➢ *Romain* [13 ; 6] (4ème NTA), calcule 8 + 6...« 14... 8 x 2 = 16, mais j'y pense pas toujours, sinon la méthode classique, on compte avec les doigts ».

➢ *Marie* [8 ; 6] (CM 1), calcule 8 + 7...« 15, j'ai fait 8 + 2 + 5, avant j'faisais 8 et 8, 16 – 1, quelquefois, j'fais les deux ».

➢ *Charly* [9 ; 0] (CE 2), calcule 12 + 8...« je peux ajouter simplement, mais là, j'fais l'inverse, 18 + 2, 20 » puis sur le calcul de 17 – 12...« j'vais être obligé de la poser... attends, j'ai une meilleure technique, 10 – 10, ça fait 0, il me reste 7 et 2, ça fait 5 ».

2. Il utilise « le pas de deux » (comptage de 2 en 2 par décomposition de nombre pair)

➢ *Jérôme* [15 ; 6] (3ème SEGPA) calcule 13 – 6, « 7, j'mets tout le temps -2, -2, -2 ».

➢ *Maud* [9 ; 7] (CM 1) calcule 15 – 9... « 6 pour aller à 15, 8, 10, 12, 14, pis 1 »(ici, Maud reconstruit une procédure après coup puisqu'elle part du résultat trouvé).

3. Il utilise la fragmentation de la quantité

Raphaël [11 ; 3] (CM 2) calcule 15 – 9...« 8, j'enlève 1, ça fait 14, pis 4, ça fait 12, pis encore 4, ça fait 8 » (erreur dans l'exécution de la tâche due à une mémorisation insuffisante des séquences d'action).

LE CALCULATEUR ANALOGIQUE

Le propre de ce type de calcul réside dans l'utilisation d'algorithmes alliant connaissances déclaratives et connaissances procédurales. L'enfant utilise ici ses connaissances déclaratives en décomposant un, voire les deux termes du calcul par analogie avec un ou plusieurs faits arithmétiques connus. Il s'écarte ainsi plus ou moins du résultat en effectuant un premier calcul intermédiaire (très rapide, car très disponible), puis accède au résultat final en effectuant un second calcul qui intègre le résultat du premier calcul. Ce calculateur développe ainsi des heuristiques, définies comme des stratégies procédurales ayant pour finalité de simplifier les calculs :

1. Il procède par le double le plus proche (ou, tout du moins, celui qui est le plus disponible sur l'instant): l'enfant prélève, adjoint, et remplace tout ou partie des termes de l'opération.

➢ *Alexandre* [11 ; 7] (CM 2), calcule 6 + 7...« 13, 7 + 7 ça fait 14, moins 1 ».

➢ *Maud* [9 ; 7] (CM 1), calcule 5 + 7...« 12, 7 + 7 ça fait 14, moins 2 » (l'accès au double de 7 est ici plus rapide que l'accès au double de 5).

➢ *Sandrine* [7 ; 2] (CE 1), calcule 9 + 9... « 18, j'ai fait 10 + 10 = 20 – 2 = 18 ».

2. Il procède par analogie avec un fait arithmétique qu'il connaît :

➢ *Théo* [9 ; 4] (CM 1), calcule 14 – 5....« 9, tu fais 14 – 10, ça fait 4, pis tu rajoutes 5 » (Théo sait que 5 + 5 = 10, donc 5 = 10 – 5. Il opère par réversibilité : pour enlever 5, il suffit de retrancher 10 et de rajouter 5).

➢ *Julien* [8 ; 7] (CE 2), calcule 2 + 4 ...« 6, parce que 3 + 3, ça fait 6 ».

➢ *Arnaud* [10 ; 5] (CM 1), calcule 3 + 9...« 12, parce que 6 de 9 i reste 3, et 6 et 6 ça fait 12 ».

➢ *Philippe* [13 ; 2] (4ème) calcule 8 + 7... « 15, 8 pour aller à 10 y'a 2, 5 pour aller à 7 y'a 2, je les ôte du 7, 3 x 5 = 15 ».

➢ *Romain* [13 ; 6] (4ème NTA) calcule 11 – 6...« 5, parce que 10 – 5 = 5, et 6 et 11, c'est pareil » (6 et 11 suivent respectivement 5 et 10, donc l'écart est semblable).

➢ *Baptiste* [7 ; 6] (CE 1), recherche la règle du 9 pour calculer 5 + 8...« 14, j'en mets 1 sur le 8, ça fait 9, il me reste 4 (puis applique la règle du neuf sur l'opération 9 + 4)... j'ai pas un 10 pour le 5, çà fait 14 ».

LE CALCULATEUR EXPERT

L'enfant sait qu'il dispose de plusieurs stratégies et choisit celle qui est, sinon la plus rapide, tout au moins la plus efficace. **La flexibilité est donc maximale**, par l'emploi de la meilleure heuristique. Le calculateur sait qu'il existe diverses manières d'obtenir un résultat donné et il est capable d'en proposer au moins deux :

➢ *Romain* [13 ; 6] (4ème NTA), calcule 8 + 6...« 14... 8 x 2 = 16, mais j'y pense pas toujours, sinon la méthode classique, on compte avec les doigts ».

➢ *Marie* [8 ; 6] (CM 1), calcule 8 + 7...« 15, j'ai fait 8 + 2 + 5, avant j'faisais 8 et 8, 16 – 1, quelquefois, j'fais les deux ».

➢ *Charly* [9 ; 0] (CE 2), calcule 12 + 8...« je peux ajouter simplement, mais là, j'fais l'inverse, 18 + 2, 20 » puis sur le calcul de 17 – 12...« j'vais être obligé de la poser... attends, j'ai une meilleure technique, 10 – 10, ça fait 0, il me reste 7 et 2, ça fait 5 ».

➢ *Philippe* [13 ; 2] (4ème), calcule 4 + 8…« 12, 8 c'est 2 x 4 donc on fait 3 x 4 = 12 ; ça va plus vite que d'ajouter 4 à 8 ».

➢ *Laure* [10 ; 5] (CM 2), calcule 9 + 8…« on peut faire 10 + 8, 18 – 1, c'est pas vraiment c'que j'ai fait, j'ai le réflexe 18, 17 » (l'enfant ne se voit pas effectuer un calcul, qu'il connaît cependant, et applique automatiquement la règle du 9) puis sur le calcul 11 – 5…« 6, je prends 5, j'enlève 1 pis j'enlève 4 de 10 ; ou je prends 10, j'enlève 5 pis j'ajoute 1 ».

AUTRES TYPES DE CALCULS CONDUISANT À DES RÉSULTATS ALÉATOIRES

LE CALCULATEUR INCERTAIN

Celui-ci n'est pas sûr de ses procédures. Rappelons qu'un algorithme est une séquence d'actions et/ou d'opérations élémentaires permettant de conduire systématiquement à la solution à la condition d'appliquer correctement et chronologiquement cette suite d'actions. Une mauvaise maîtrise entraîne bien vite des erreurs de calcul ou des impasses comme nous le montrent les protocoles ci-après :

➢ *Quentin* [6 ; 8] (CP), pour calculer 6 + 9, part de 6…. bouge les doigts, sans arriver à les coordonner avec la chaîne numérique verbale et arrête de calculer.

➢ *Aurélia* [6 ; 4] (CP), calcule 4 + 5 ….« on n'a pas encore appris… ».

➢ *Teddy* [8 ; 5] (CE 2), calcule 10 – 4 …. 7« moi, j'y arrive pas trop, 10, 9, 8, 7, ça doit être 7…».

➢ *Léa* [7 ; 2] (CE 1), calcule 8 + 5…. 12….« mais j'en suis pas sûre… ».

➢ *Maud* [9 ; 7] (CM 1), calcule 13 – 7….« 7… 8… j'me rappelle même plus le nombre ».

Comme nous le voyons, ces jeunes enfants ont des procédures cahotantes et instables ; ils ne peuvent coordonner les diverses habiletés numériques nécessaires tout en les gardant en mémoire de travail jusqu'à la fin de leur calcul. La mobilisation des bons algorithmes est insuffisante : il leur faudra encore bien des essais pour que s'établisse une automatisation de procédures stables et régulières.

LE CALCULATEUR DISTRAIT

Les connaissances procédurales et les connaissances déclaratives ne fonctionnent pas séparément et indépendamment. Très souvent, elles opèrent en étroite interaction :

1. la rapidité d'accès des connaissances déclaratives peut prendre le pas sur la mise en œuvre des connaissances procédurales plus rigides et donc moins mobilisables : on relèvera des **erreurs intra-opérations** lorsque l'enfant confond deux résultats à l'intérieur d'un même tableau arithmétique (comme par exemple, répondre 14 à l'addition de 6 + 6) et des **erreurs inter-opérations :**

➢ *Clément* [10 ; 4] (CM 2), calcule 6 + 8…« 48… euh… non, 16, on compte 8, pis on rajoute 7, 8, 9… jusqu'à 16 ». 6 et 8 ont déclenché automatiquement la récupération du résultat de la table de multiplication par confusion inter-opérations. Clément contrôle son erreur mais néanmoins, il se précipite sur une autre solution qui est ici encore une connaissance déclarative, le double de 8, alors qu'il justifie sa démarche par un surcomptage débutant.

2. Entre deux procédures disponibles, l'enfant choisit celle qui est la plus rapide à défaut d'être la mieux appropriée :

➢ *Mélanie* [10 ; 2] (CM 2), répond 17 à l'addition 6 + 7 car elle a compris 10 + 7 ; ce calcul est surtout plus facile pour elle car sa seconde réponse (après reformulation de l'addition 6 + 7) sera 12 (surcomptage erroné).

LE CALCULATEUR MAGIQUE

1. L'enfant donne un résultat sans faire de calcul :

➢ *Allan* [7 ; 7] (CE 1), calcule 13 – 6…« 8… j'dis comme ça, j'essaie » (on notera ici un effet de distance ; malgré tout, Allan ne répond pas n'importe quoi !).

➢ *Médéric* [6 ; 5] (CP), énumère « 4 + 4, 6…, 6 + 6, 7… J'l'ai appris tout seul, des fois je vois, des fois j'vois pas… là, je vois ».

2. L'enfant amorce une procédure instable qu'il ne mènera pas au bout et il tient malgré tout à donner un résultat :

➢ *Ludovic* [6 ; 2] (CP), calcule 8 + 4…« 14…, j'ai deviné » (il montre 8 doigts, rabaisse les deux mains, et annonce 14).

➢ *Cyril* [6 ;7] (CP), calcule 7 + 5…« 17… (montre 7 doigts, puis 5, et revient à 7 doigts), c'est plus que 10, c'est 17 ».

3. Il existe aussi une **variante du calculateur chanceux** :

➢ *Teddy* [8 ; 5] (CE 2), calcule 7 + 7…« 14, je sais que 6 x 3 = 13 pis j'ai rajouté 1 ».

4. et aussi une variante du **calculateur confiant** (dans l'autre) :

➢ *Amandine* [14 ; 3] (3ème année SEGPA) doit résoudre le problème : *tu achètes une baguette de pain coûtant 4 F, et tu payes avec une pièce de 10 F. Combien te rend la boulangère ?* « … j'attends qu'on me rende la monnaie ! ».

➢ *Bastien* [8 ; 4] (CE 2), doit calculer 15 – 8……. ne dit rien… nous regarde…et attend désespérément notre aide (mais s'agit-il ici de confiance ou de désespoir ?).

LA RÉCUPÉRATION EN MÉMOIRE

➢ Nous venons d'énumérer plusieurs types de calculateurs. Plus le calcul est élaboré, plus le calculateur utilise des faits arithmétiques qu'il a stockés en mémoire à long terme. Le recours à ces connaissances déclaratives présente plusieurs avantages :

- l'accès est direct (en opposition au déroulement de procédures),
- l'accès est rapide,
- l'accès est sûr (diminution des risques d'erreur et d'interférences en cours de traitement),
- l'accès est coercitif (on ne peut le réprimer, même intentionnellement).

Les enfants ont une manière bien à eux de nous montrer qu'ils possèdent eux aussi certaines connaissances déclaratives :

➢ *Allan* [7 ; 7] (CE 1), calcule 6 + 6… « 12, j'le savais avant ».

➢ *Alexandre* [11 ; 7] (CM 2), « <u>on</u> sait que 6 et 6 ça fait 12, c'est la base, tout le monde devrait savoir ça ! ».

➢ *Nicolas* [11 ; 6] (CM 1), « 8 et 8, 16, c'est dans la tête, j'ai pas compté ».

➢ *Clément* [10 ; 4] (CM 2), « 7 + 7, 14, j'sais mes additions quand même, par exemple, 9 et 9, 18, c'est facile ».

➢ *Laure* [10 ; 5] (CM 2), « 6 + 7, 13, ça, j'le sais parce que j'le sais ».

LA DISTRIBUTION STRATÉGIQUE

Un même enfant peut se retrouver classé dans différentes catégories de calculateur. En effet, il ne faut pas croire qu'un enfant produit tel type de procédure et s'y maintient rigoureusement. A l'inverse, il ne faut pas s'attendre à repérer un passage abrupt d'un type de calculateur à un autre. Si, dans les premières réalisations du calculateur novice, les procédures employées restent limitées (comme l'utilisation du « recompter tout » ou le comptage par correspondance doigt/mot-nombre), il n'en est plus de même dès que l'enfant avance dans la manipulation de la numération. Avec une flexibilité de plus en plus efficiente, avec la mémorisation de faits numériques de plus en plus nombreux, l'enfant dispose petit à petit de stratégies diverses et variées qu'il pourra utiliser selon ses besoins. Nous emprunterons à Siegler* son modèle à vagues superposées pour rendre

*1995

compte du déroulement et de la fréquence d'utilisation des stratégies utilisées par l'enfant au cours de son développement.

Si une stratégie désigne l'organisation et la forme d'une activité, on peut considérer qu'il y a une relation entre la définition de cette stratégie et le niveau d'analyse de cette activité. Lorsque l'activité est analysée en termes de procédure comme suite organisée des actions permettant d'atteindre un but poursuivi, les stratégies utilisées par l'enfant rendent peut-être mieux compte de son niveau de développement qu'un modèle par stades qui nécessite de concevoir des passages déterminés d'une étape à la suivante. La diversité et la complexité des procédures mises en jeu ne peuvent se réduire à une évolution séquentielle au cours de laquelle les stratégies se substitueraient les unes aux autres. Siegler se place d'ailleurs dans la perspective d'un développement propre à chaque mode de résolution, coordonné à l'émergence et à la régression d'autres stratégies.

Nos résultats peuvent donc s'inscrire dans cette même référence théorique et nous distinguerons 5 catégories de comportements dominants :

➢ le comptage digital (essentiellement représenté par le surcomptage) vers l'avant et à rebours,
➢ le comptage compte-tours (essentiellement représenté par le surcomptage) vers l'avant et à rebours,
➢ la procédure du calcul basique,
➢ la procédure de calcul analogique incluant notamment l'utilisation des doubles dans le mode de calcul,
➢ le mode déclaratif.

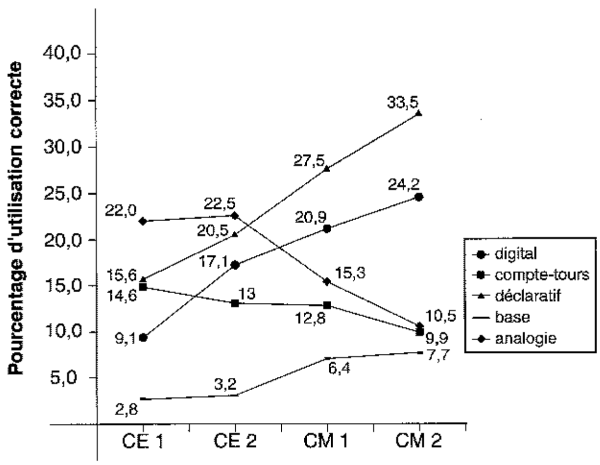

Tableau 2 : Evolution des modes de résolution utilisés par les enfants du CE 1 au CM 2 (résultats exacts).

La première observation du tableau 2 montre la coexistence de ces cinq stratégies dès le CE 1 avec une prédominance attendue du comptage digital (22 %). A l'opposé, les fréquences les plus basses se rapportent aux calculs impliquant les stratégies reconstructives et les connaissances déclaratives (9,1 %). Le mode déclaratif occupe une position intermédiaire (15,6 %) du fait de l'intégration des additions de double dans la valeur moyenne ; cette position est aussi partagée avec le comptage mental pour 14,6 % d'utilisateurs. Deux flux opposés vont dès lors se créer : un flux ascendant regroupant la récupération en mémoire, les stratégies mixtes et, dans une moindre mesure le recours à la base 10, et un flux descendant avec les vagues du comptage digital et du comptage mental.

Le CE 2 se présente comme une période d'équilibre relatif entre les stratégies majeures se situant dans une amplitude de 13 à 22,5 % d'utilisation. Le comptage digital occupe encore la première place (22,5 %), suivi du mode déclaratif (20,5 %) ; la fréquence des stratégies mixtes se situe à 17,1 % et le comptage mental atteint le seuil de 13 %.

C'est au CM 1 que se confirment les tendances à l'expansion ou à la régression amorcées au CE 2 : nous assistons à l'effondrement du comptage digital qui chute de 7 %

alors que les stratégies mixtes poursuivent leur ascension pour atteindre une fréquence de 20,9 %. Au CM 2, le comptage digital poursuit sa régression et rejoint le niveau du comptage mental, tout en subsistant encore à 10 % d'utilisation : nous noterons qu'en fin de scolarité primaire, les stratégies mixtes représentent un quart des modes de résolution et la récupération directe en mémoire un tiers des modes de résolution.

Si nous considérons que notre expérimentation s'est déroulée au cours du premier trimestre de l'année scolaire (octobre/novembre), les résultats rendent compte avant tout des acquisitions de l'année scolaire précédente. Comparativement aux données d'Ashcraft et Fierman* qui situent au niveau de la 3ème année d'école primaire la transition entre stratégie reconstructive et stratégie reproductive, nos résultats indiquent de même que la distinction entre enfants encore compteurs et enfants déjà calculateurs est nettement identifiable au début du CM 1, ce qui revient à considérer le CE 2 comme cette période charnière au cours de laquelle les stratégies se modifient.

* 1982

L'EXÉCUTION STRATÉGIQUE

Notre étude montre de manière significative que certains types d'opérations déclenchent certains procédés définis comme dominants, à partir d'une fréquence moyenne d'utilisation de 10 % sur les 4 années. En comparant les valeurs observées et les valeurs théoriques attendues, nous avons pu mettre en évidence la représentativité de certaines stratégies par rapport à l'ensemble des modes de résolution déployés pour une même opération.

Les additions

Les additions de doubles font l'objet d'un traitement spécifique par rappel des connaissances déclaratives, comportement déjà décrit par Groen et Parkman* à partir du constat que la durée de résolution de $m + m$ ne varie pas en fonction de la grandeur de m. Dans notre étude, à l'exception des additions 7 + 8 et 6 + 9, où les procédures se développent au détriment des connaissances déclaratives, le surcomptage mental, digital, et le mode déclaratif sont systématiquement utilisés, mais dans des proportions variables toutefois. Nous avons en outre noté la mise en œuvre de stratégies particulières :

* 1972

- quand l'écart entre les deux termes est égal à 1, les enfants calculent le double de l'un des deux nombres et poursuivent leur procédure par une addition ou une soustraction. Cette stratégie est aussi mise en œuvre, mais dans une moindre mesure, lorsque l'écart entre les deux termes est égal à 2 ;
- les enfants utilisent la procédure du passage par la base 10 selon la proximité d'un des deux termes avec le nombre 10. La complexité de cette procédure constitue un facteur de la faible fréquence de ce mode de résolution dans nos résultats. Par exemple, l'opération 6 + 5 de notre épreuve a davantage été résolue par calcul des doubles (42 %) que par la base 10 (5,5 %). Il faut que l'un des termes soit égal à 9 pour que la fréquence de cette technique dépasse 20 %, la procédure étant difficilement transférable à un nombre plus éloigné de 10.

La récupération en mémoire des additions de doubles permet au contraire un accès plus rapide au résultat intermédiaire que la décomposition des termes. Comme dans le cas du passage par la dizaine, cette première étape est suivie d'une addition ou d'une soustraction complémentaire, mais il s'agit alors d'ajouter ou de retrancher 1, ou au plus 2, et là encore, les faits numériques sont facilement disponibles.

Les soustractions

Comme dans le cas des additions, les soustractions de doubles inverses $(m=2n)$ connaissent un traitement spécifique, puisqu'elles sont résolues non seulement par connaissances déclaratives ou par comptage à rebours digital, mais aussi par la procédure de réversibilité (fréquence de 30 à 38 %). Ainsi la soustraction de doubles inverses 4 - 2 est résolue par rappel du résultat stocké en mémoire à long terme. Pour les soustractions de doubles inverses, 12 - 6, et 16 - 8 c'est l'importance de la réversibilité qui est vérifiée par les calculs statistiques. Ces données sont compatibles avec les travaux de Svenson et Hedenborg (1979) qui expliquaient la constance de la durée de résolution de ce type de soustractions par la mise en œuvre d'un procédé autre que le modèle *5 min (n, m-n)*. Ce modèle *5 min (n, m-n)* avait primitivement été élaboré par Wood, Resnick et Groen* qui avaient conclu que la durée de résolution de *m-n = x* dépendait du plus petit des deux termes, *n* ou *x*. Dans ces conditions, si *n > x*, l'enfant incrémente, et si n < x, l'enfant décrémente afin de parvenir dans les deux cas plus rapidement au résultat. Pour expliquer ce phénomène, Wood et coll. suggèrent l'intervention d'un comparateur qui évalue l'écart entre *n* et *x*.

* 1975

Nous avons effectivement noté que la résolution des soustractions se faisait majoritairement par mise en œuvre des procédures par comptage à rebours digital et mental et par recours à des analogies. Nous avons aussi relevé des stratégies plus spécifiques :

- lorsque *n < ou = à 3* les connaissances déclaratives se développent et les enfants qui n'ont pas acquis ces faits numériques n'incrémentent pas mais comptent à rebours mentalement. Considérons ainsi les deux soustractions *12 - 3* et *14 - 3*. La première fait partie de la série de soustractions *[(1m-n), m < n]*, et le résultat, c'est à dire l'écart entre *m* et *n* est < *10*. La seconde fait partie de la série de soustractions *[(1m-n), m > n]* et le résultat, c'est à dire l'écart entre 1 *m* et *n > 10*. Dans les deux cas, l'interdépendance est importante avec le comptage mental à rebours et les faits numériques. Ces derniers ont cependant un poids plus important dans la résolution de *12 - 3*. Il semble donc que la valeur de *n* soit déterminante, indépendamment de celle de *x*, pour le choix d'un mode de résolution lorsque *n < ou = à 3*.
- Lorsque *n* est compris entre *4 et 8*, les procédures sont plus variées, et il est plus difficile de dégager une régularité des comportements, dans la mesure où les enfants choisissent parfois d'incrémenter pour trouver le résultat que *n* soit > ou < à *x*. Par exemple, l'opération *13 - 9* est une soustraction de la série *[(1m-n), m < n]*, et le résultat, c'est à dire l'écart entre *m* et *n* est < *10* ; nous notons, au CM 2, la dépendance très élevée du surcomptage digital vers l'avant. Ce résultat rejoint les observations de Wood et coll. ; tout se passe comme si cette procédure, relativement fiable et rapide par rapport à l'incrémentation de *19 - 6* par exemple, concurrençait et freinait le développement de calculs analogiques ou de la mémorisation du résultat.

APPLICATION CLINIQUE

N.B, âgé de [13 ; 6], est scolarisé en 2ème année de SEGPA ; il n'a pas effectué de CM 2 à cause de la limite d'âge en école primaire. Enfant dysphasique, N.B présente de nombreuses lacunes tant dans le domaine linguistique que logico-mathématique. Ainsi garde-t-il encore des comportements de logique transductive (de particulier à particulier) en lieu et place d'une logique inductive. Si la conservation de la substance est atteinte (réversibilité par inversion), l'aplatissement de la boule de pâte amène en commentaire : « c'est plus lourd parce ça s'appuie plus ! ». La résolution de problèmes additifs n'est réalisée ni dans la recherche de la transformation ni dans la recherche de l'état initial. N.B présente surtout une forte déficience du composant mnésique : le rappel immédiat de chiffres se limite à 4 et le rebours à 3, de même que la dictée de nombres (transcodage de l'oral vers un numéral arabe) est défectueuse quand le numéral oral est constitué de plus de cinq mots-nombres.

Une évaluation qualitative du répertoire stratégique dans le calcul d'opérations arithmétiques a été effectuée il y a deux ans. Le catalogue était très restreint : peu de connaissances déclaratives (4 opérations) et une stratégie unique par surcomptage, mental dans l'ajout de petits nombres (avec une commutativité-en-action), et digital si l'opérande est supérieure à 5. Les soustractions sont effectuées exclusivement par décrémentation, avec toutes les erreurs dues à la gestion de la tâche (erreur systématique lorsque la quantité à enlever est supérieure à 3).

Un travail de remédiation a été entrepris parallèlement à son entrée à la SEGPA en insistant notamment sur le développement des habiletés numériques (flexibilité de la chaîne numérique, recours au *subitizing* et à l'image mentale, repérage sur la droite numérique...) Un an après, le protocole des 30 opérations passé en re-test montre une augmentation des connaissances déclaratives et de la récupération en mémoire ; 8 opérations sont connues « par cœur » avec parfois quelques ratés dans leur évocation : *« 3 + 3 = 8, non 6... »* et même *« 9 + 9 = 81...euh 18 »* par confusion intra-opération). Le comptage digital n'est que peu activé et le surcomptage mental prédomine à présent. Quelques opérations sont même traitées par recomposition (*« 6 + 5 = 11, on fait 6 et 6, 12 - 1 »*) et N.B effectue certaines soustractions en décrémentant par pas de deux (lorsque les deux opérandes sont pairs, *« 14 - 6 = 8, on fait 14 - 2, - 2, - 2 »*.

Cette dynamique stratégique permet désormais l'acquisition de faits multiplicatifs qui influent rétroactivement sur les additions et sur les soustractions. Mais l'élément majeur reste malgré tout sa motivation nouvelle : *« Il faut que je sache compter, j'en ai besoin l'année prochaine...au collège...pour faire de la menuiserie !... »*.

BIBLIOGRAPHIE

— ASCHRAFT M.H., FIERMAN B.A. (1982). Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of Experimental Child Psychology*, 33, 216-234.

— BAROODY A.J., GINSBURG H.P. (1986). The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In HIEBERT J. (Ed), *Conceptual and procedural knowledge : the case of mathematics*, 75-112, Hillsdale : Erlbaum.

— DESSANE N. (2002). *Procédures, stratégies et récupération en mémoire dans le calcul élémentaire chez l'enfant*, Mémoire d'Orthophonie, Université de Franche-Comté.

— ERICSSON K.A., SIMON H.A. (1980). Verbal reports as data. *Psychological Review*, 87, 215-251.

— FAYOL M. (1990).L'enfant et le nombre, Neuchâtel-Paris : Delachaux-Niestlé.

— FEINBERG M.M. (1990). Using patterns to practice basic facts. *Arithmetic Teacher*, 37(april), 38-41.

— FISCHER J-P. (1992). *Apprentissages numériques : la distinction procédurale/déclaratif*, Nancy, Presses Universitaires de Nancy.

— FUSON K.C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New-york : Springer.

— FUSON K.C. (1991). Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans. In J.Bideaud, Meljac C., Fischer J.P (Eds), *Les chemins du nombre* (pp.159-179). Lille : Presses Universitaires.

— GELMAN R., GALLISTEL C.R. (1978). *The child' understanding of number.* Cambridge : Harvard University Press.

— GROEN G.J., PARKMAN J. (1972). A chronometric analysis of simple addition, *Psychological Review*, 79, 67-90.

— LEMAIRE P., DUVERNE S., EL YAGOUBI R. (2002). Le développement des stratégies en situation de résolution de problèmes arithmétiques, in BIDEAUD J., LEHALLE H., *Le développement des activités numériques chez l'enfant*, Paris : Hermès Sciences Publications.

— LEMAIRE P., SIEGLER R.S. (1995). Four aspects strategy selection in arithmetic ? An exemple of parity and five effects on product verification, *Memory and cognition*, 22, 364-382.

— MAC CLOSKEY M., CARAMAZZA A., BASILI A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation : Evidence from dyscalculia, *Brain and Cognition*, 4, 171-196.

— MAC CLOSKEY M., CARAMAZZA A. (1987). Cognitive mechanisms in normal and impaired number processing, in DELOCHE G., SERON X. (Eds), *Mathematical disibilities*. Hilsdale : Erlbaum.

— REDER L. (1987). Strategy selection in question answering, *Cognitive Psychology*, 19, 90-138.

— ROBINSON K.M. (2001). La validité du rapport verbal lors de calculs de soustractions chez les enfants, *Journal of Educational Psychology*, vol. 93, n°1, 211-222.

— SERON X. (1993). *La neuropsychologie cognitive*. Paris : PUF.

— SIEGLER R-S. (1987). The perils of averaging data over stratégies: An exemple from children's addition, *Journal of Experimental Psychology General*, 116, 250-264.

— SIEGLER R-S. (1988). Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology* : General, 117, 258-275.

— SIEGLER R-S. (1995). How does change occur : a microgenetic study of number conservation, *Cognitive Psychology*, 28, 225-273.

— SOPHIAN C., ADAM N. (1987). Infants'understanding of numerical transformations. *British Journal of Developpemental Psychology*, 5, 257-264.

— SOKOL S.M., MC CLOSKEY M., COHEN N.J., ALIMINOSA D. (1991). Cognitive representations and processus in arithmetic : Inferences from the performance of brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology : Learning, Memory, and Cognition*, 17, 355-376.

— SVENSON O., HEDENBORG M.L. (1979). Strategies used by children when solving simple subtractions, *Acta Psychology*, 43, 477-489.
— SVENSON O., SJOBERG K. (1983). Speeds of subitizing and counting processus in young children. *Scandinavian Journal of Psychology*, 142, 203-211.
— VERGNAUD G. (1985). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne : Peter Lang.
— WOODS S.S., RESNICK L.B., GROEN G.J. (1975). An experimental test of process models for subtraction, *Journal of Educational Psychological*, 67, 17-21.

ANNEXE

PROTOCOLE DU CALCUL ELEMENTAIRE RESOLUTION DE 15 ADDITIONS ET DE 15 SOUSTRACTIONS en présentation orale

7 + 7 =
13 – 9 =
5 + 3 =
4 + 6 =
18 – 5 =
11 – 4 =
8 + 6 =
6 + 8 =
12 – 6 =
17 – 8 =
4 + 4 =
16 – 2 =
4 – 2 =
2 + 7 =
8 + 4 =
17 – 7 =
9 + 9 =
14 – 3 =
10 – 5 =
3 + 4 =
6 + 5 =
12 – 3 =
16 – 8 =
3 + 3 =
12 – 7 =
19 – 6 =
6 + 9 =
7 + 8 =
11 – 5 =
9 – 4 =